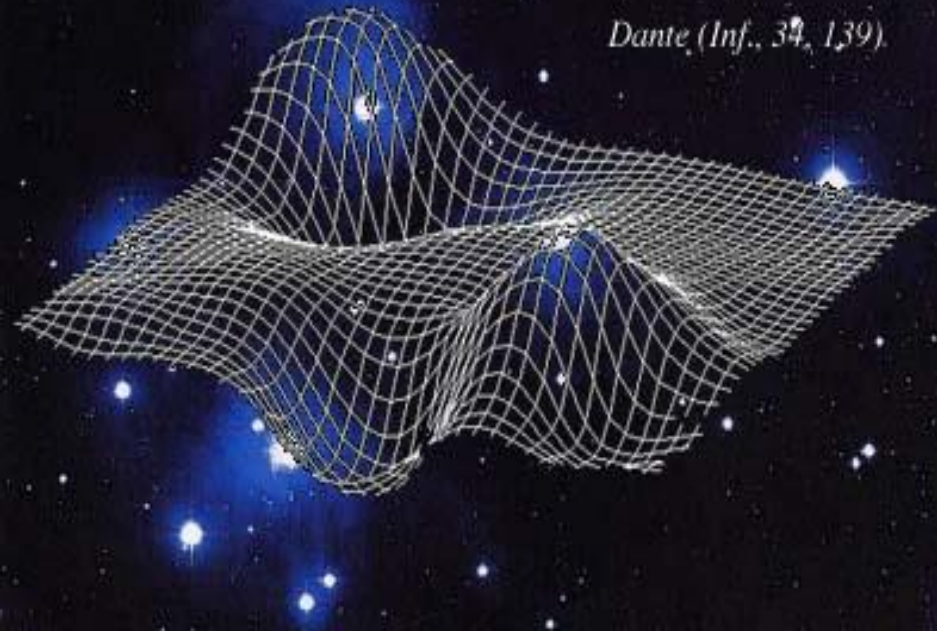


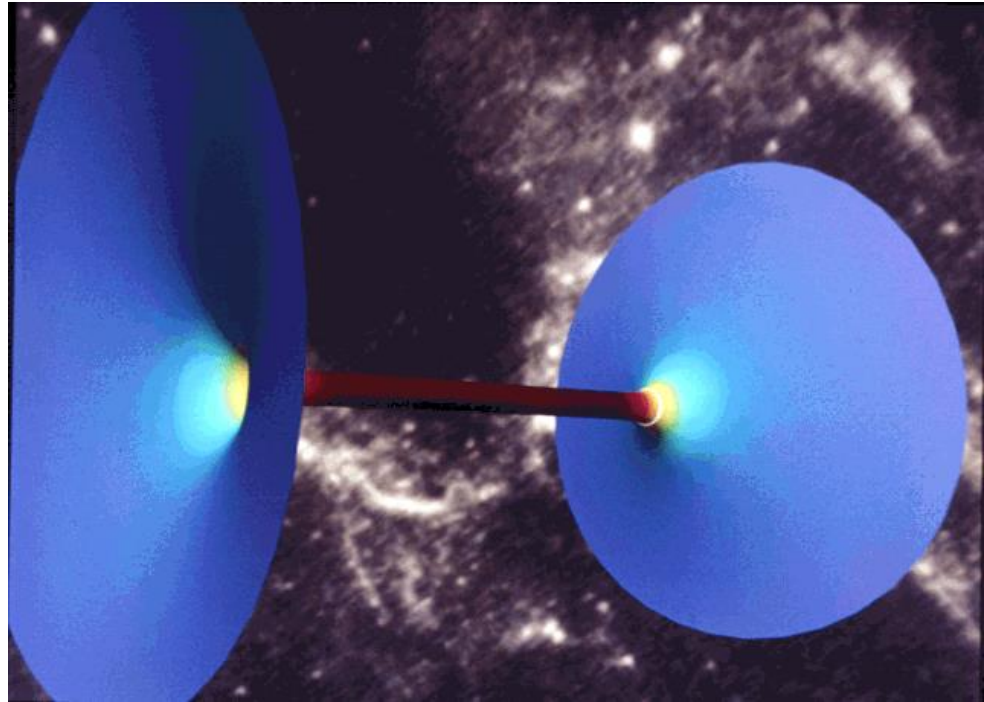
*E quindi uscimmo a riveder le stelle.*

*Dante (Inf., 34, 139).*



# *Einstein, Euclides van de Fysica*

*Door Prof. Henri Verschelde*

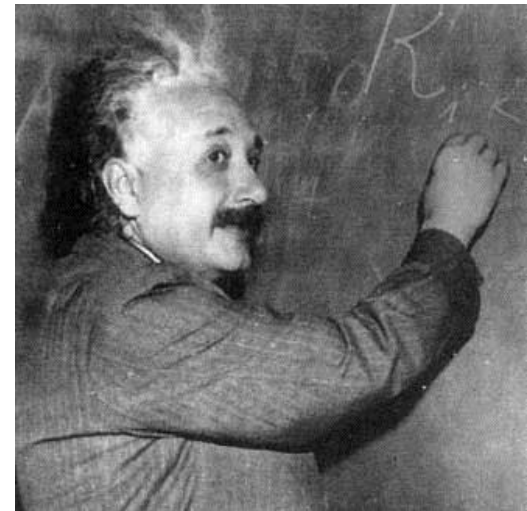


# Albert Einstein en Euclides



- Geboren te Ulm op 14 maart 1879
- Als kind geïnteresseerd in Wiskunde en wetenschappen: magneten, electromotoren, wiskundige puzzels.
- Een vriend aan huis leent hem boeken over Euclidische meetkunde

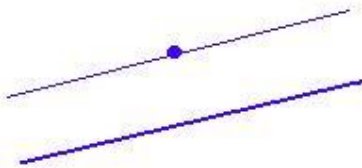
- 1905: Speciale relativiteitstheorie
- 1915: Algemene relativiteitstheorie
- 1921: Nobelprijs Fysica
- Gestorven te Princeton op 18 april 1955



# Albert Einstein en Euclides

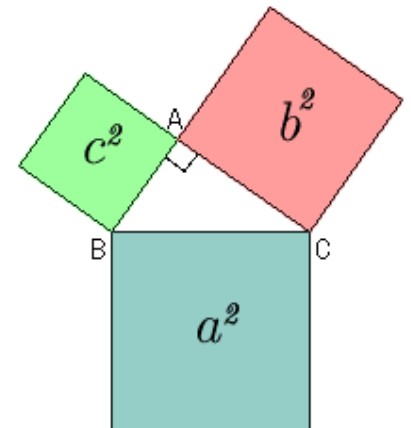


- Euclides: Grieks meetkundige, 3e eeuw voor Christus
- Hij leidde de Euclidische meetkunde af uit 5 axioma's
- Axioma of postulaat: Een als grondslag aanvaarde stelling die niet bewezen kan worden



- 5e axioma: Gegeven een punt en een rechte, door dat punt gaat slechts een rechte die de andere niet snijdt
- Hieruit volgt onder andere de stelling van Pythagoras:.

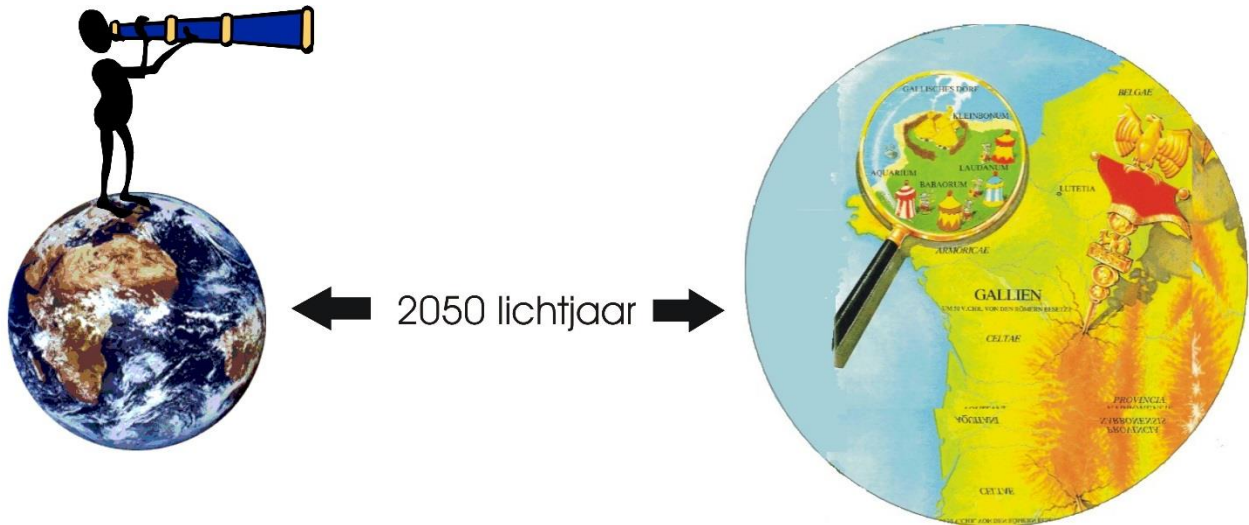
$$a^2 = b^2 + c^2$$



# Einstein: “Euclides van de fysica”

Einstein was zo diep onder de indruk van de Euclidische meetkunde dat hij zich reeds op 16-jarige leeftijd vragen begon te stellen rond ruimte en tijd. Hij zag in dat:

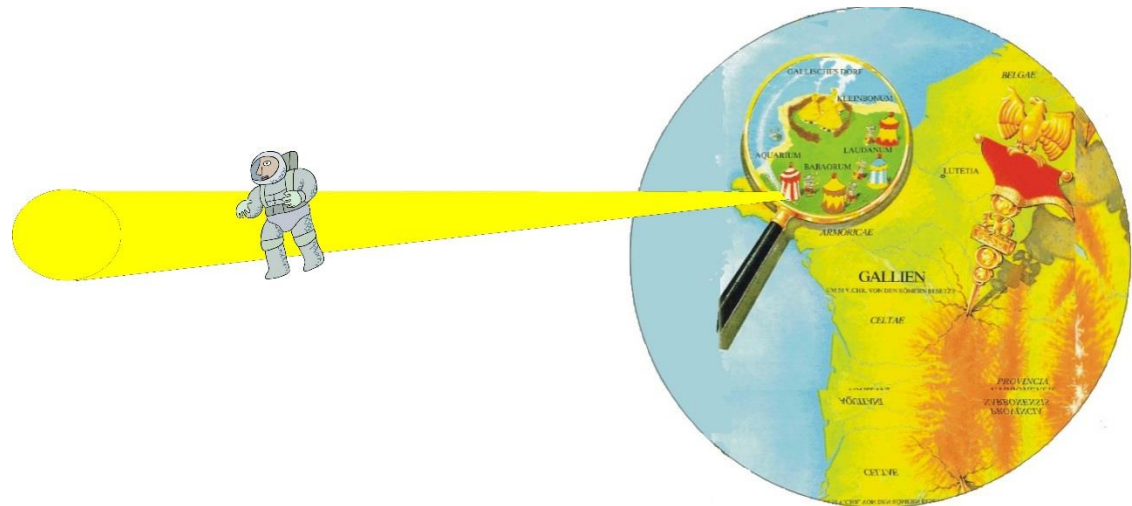
- Tijd is afhankelijk van een grootste snelheid



# Einstein: “Euclides van de fysica”

**Wat gebeurt er als ik op een lichtstraal zit?**

Met volgende vraagstelling zou Einstein 10 jaar later de fysica op zijn kop zetten, door de alledaagse noties van ruimte (Euclidische ruimte) en tijd te vervangen door de 4 dimensionele Ruimte-Tijd van de SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE



**REVOLUTIONAIR IDEE: MEETKUNDE=FYSICA**  
(geometrisering van de Fysica)

















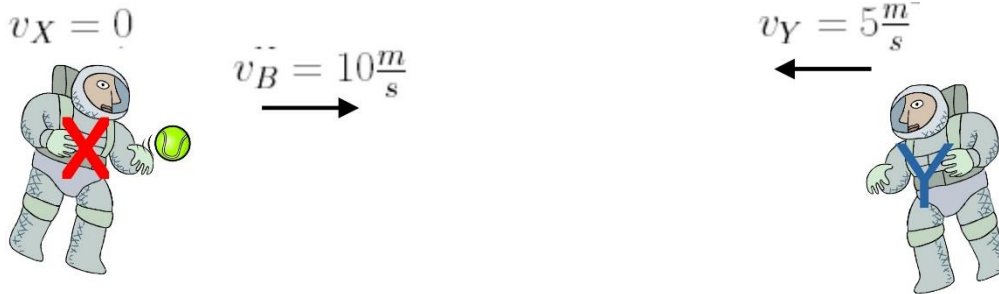


# Relativiteit

**BRIAN GREENE** “Elk standpunt is begrijpbaar en correct. Aangezien er symmetrie is tussen de twee ruimtewandelaars, is er, op fundamentele gronden, geen mogelijkheid te zeggen dat een standpunt “juist” is en het andere “fout”. Elk standpunt is gelijkwaardig en kan als waar beschouwd worden. Dit voorbeeld illustreert op treffende wijze de betekenis van het relativiteitsprincipe: het concept beweging is relatief”

**Snelheid is relatief:** “Ruimtehandbal”, X gooit de bal naar Y

## Gezichtspunt Astronaut X

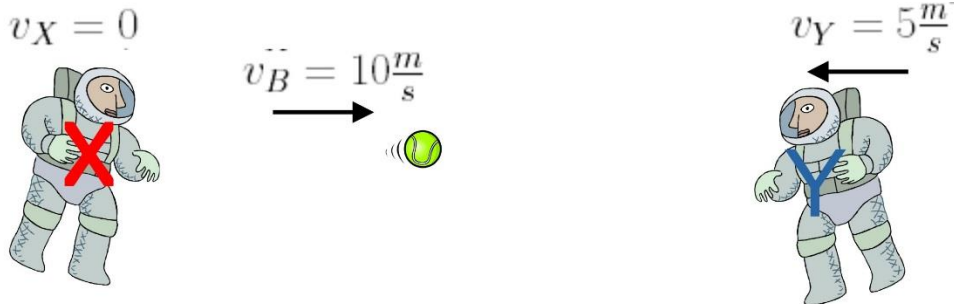


# Relativiteit

**BRIAN GREENE** “Elk standpunt is begrijpbaar en correct. Aangezien er symmetrie is tussen de twee ruimtewandelaars, is er, op fundamentele gronden, geen mogelijkheid te zeggen dat een standpunt “juist” is en het andere “fout”. Elk standpunt is gelijkwaardig en kan als waar beschouwd worden. Dit voorbeeld illustreert op treffende wijze de betekenis van het relativiteitsprincipe: het concept beweging is relatief”

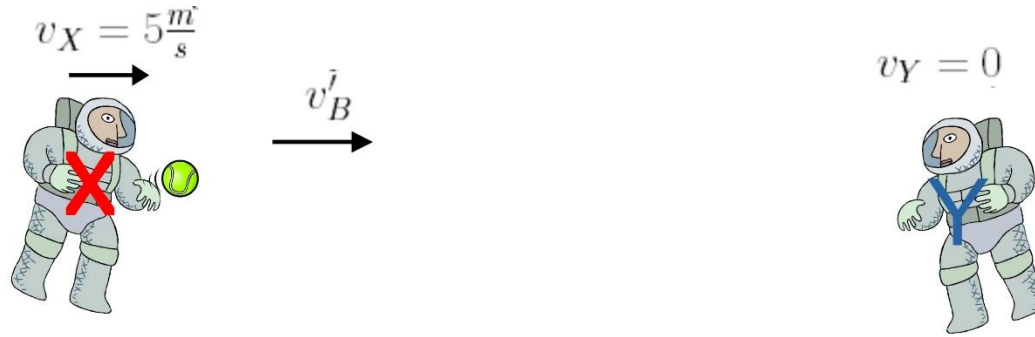
**Snelheid is relatief:** “Ruimtehandbal”, X gooit de bal naar Y

## Gezichtspunt Astronaut X



# Relativiteit

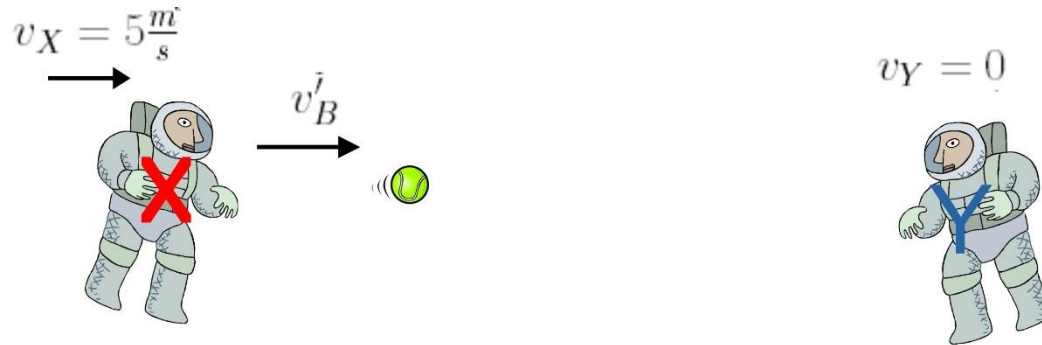
## Gezichtspunt Astronaut Y





# Relativiteit

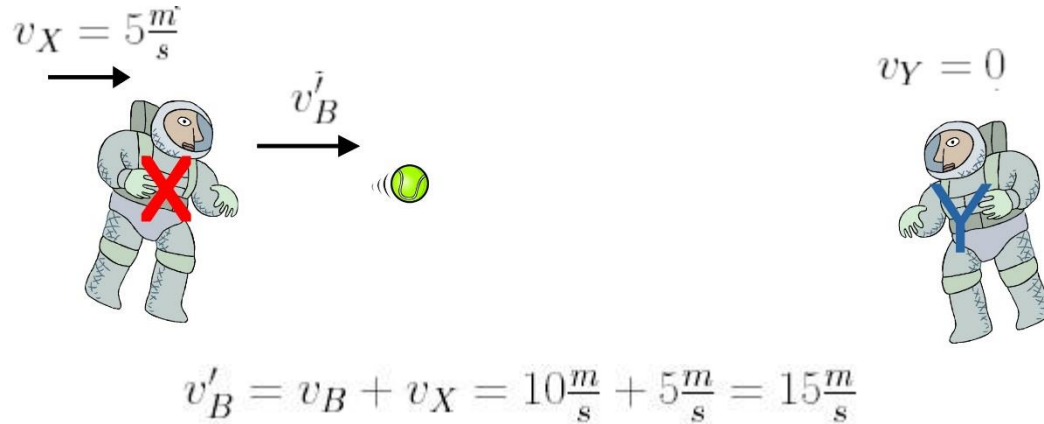
## Gezichtspunt Astronaut Y



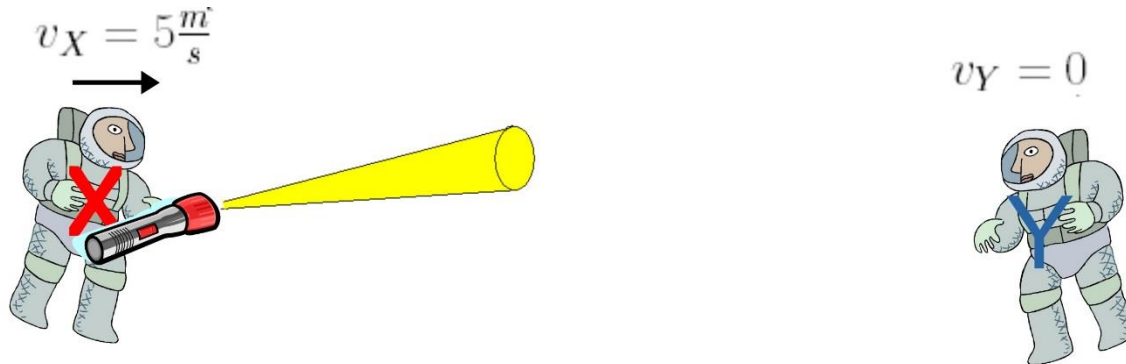
$$v'_B = v_B + v_X = 10 \frac{m}{s} + 5 \frac{m}{s} = 15 \frac{m}{s}$$

# Relativiteit

## Gezichtspunt Astronaut Y

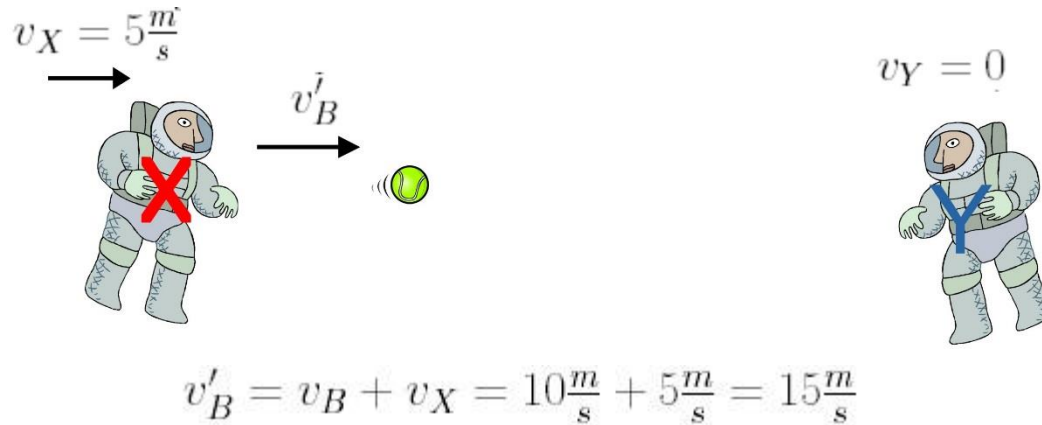


Uitzondering: de lichtsnelheid is 300 000 km/s

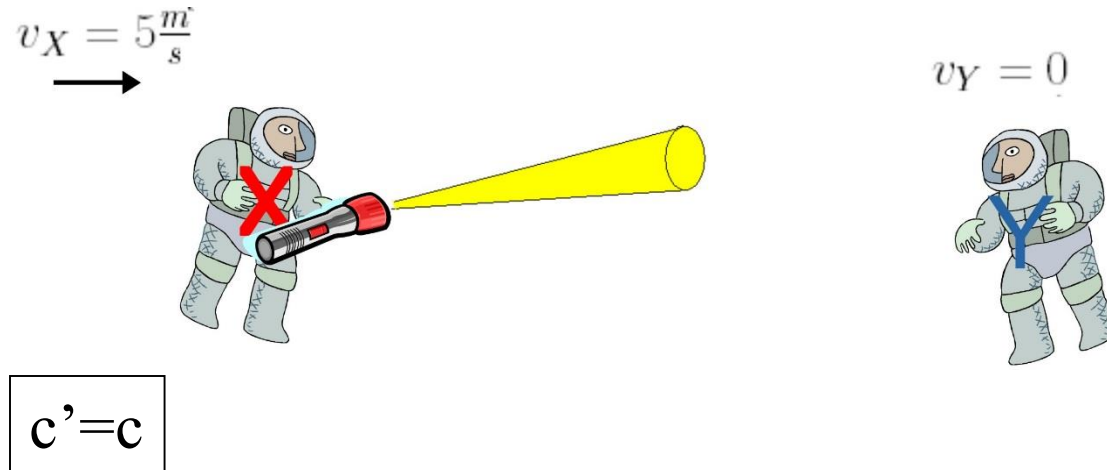


# Relativiteit

## Gezichtspunt Astronaut Y



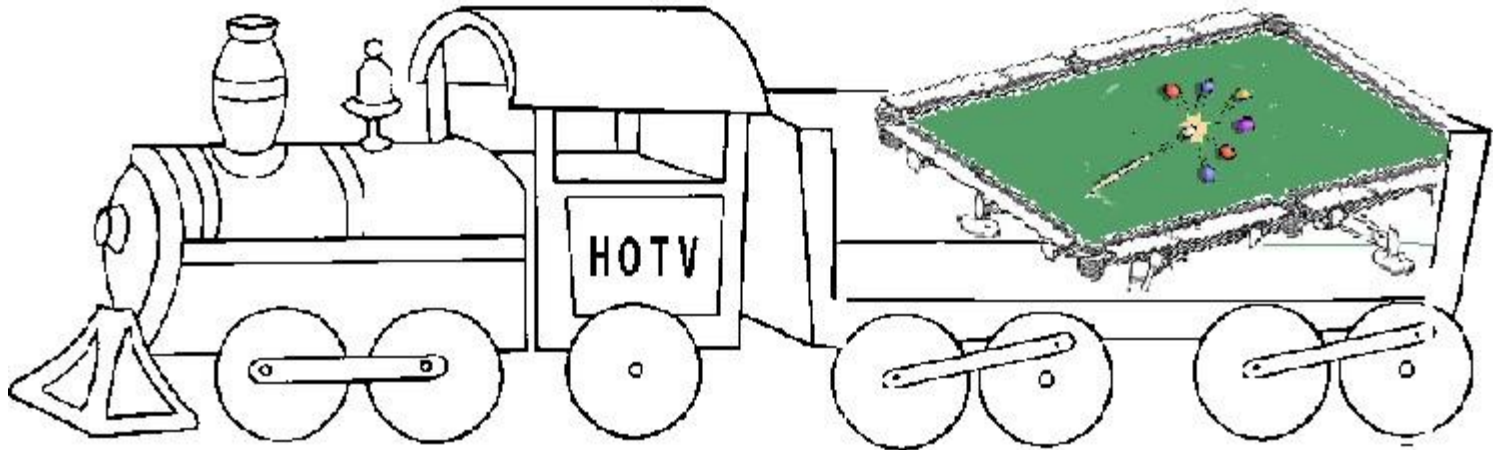
Uitzondering: de lichtsnelheid is 300 000 km/s



# Postulaten (axioma's) van Einstein

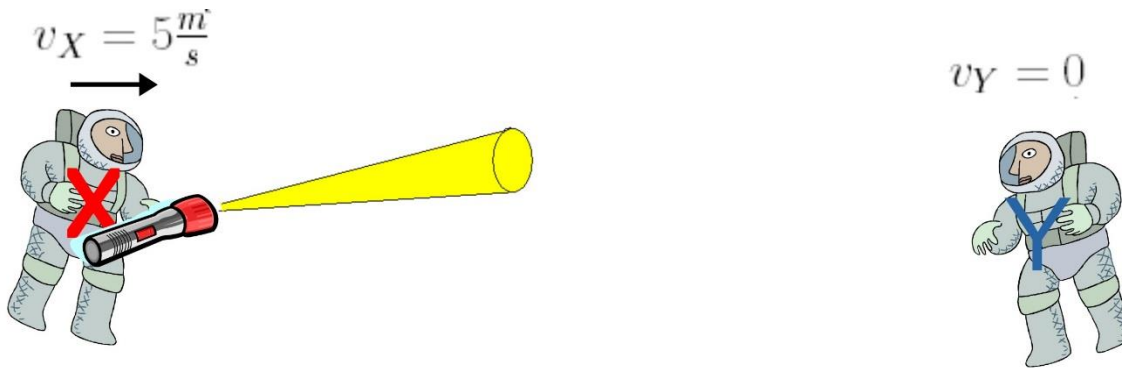
**1e Postulaat, het Relativiteitsprincipe:** De wetten van de Fysica zijn dezelfde voor alle waarnemers die met constante snelheid bewegen ten opzichte van elkaar.  
(inertiaalwaarnemers, referentiestelsel = inertiaalstelsel)

**Praktisch gevolg:** Het is onmogelijk, door experimenten uitgevoerd in een inertiaalstelsel, de snelheid van dit inertiaalstelsel te bepalen.



# Postulaten (axioma's) van Einstein

**2e Postulaat:** De lichtsnelheid is dezelfde voor alle inertiaalwaarnemers

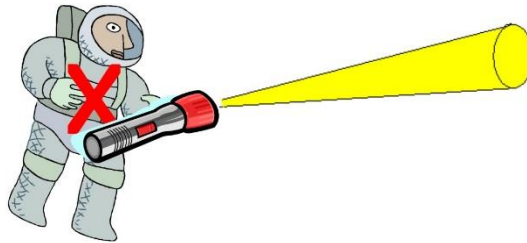


Dit zijn axioma's: Ze kunnen zelf niet bewezen worden, het experiment beslist of ze waar zijn.

# Postulaten (axioma's) van Einstein

**2e Postulaat:** De lichtsnelheid is dezelfde voor alle inertiaalwaarnemers

$$v_X = 5 \frac{m}{s}$$



$$v_Y = 0$$



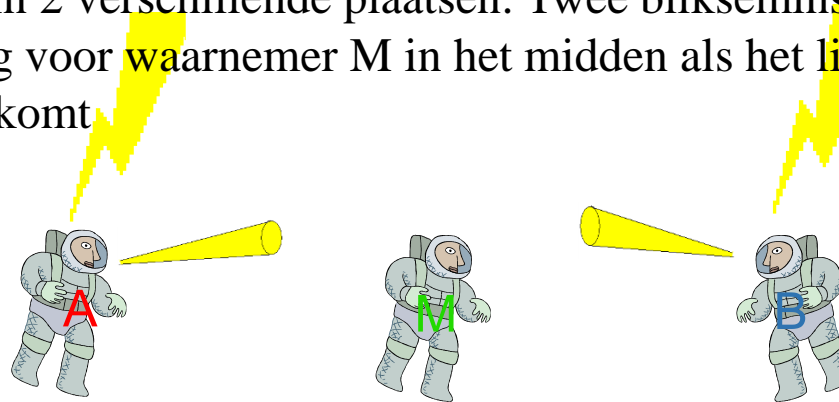
$$c' = c$$

Dit zijn axioma's: Ze kunnen zelf niet bewezen worden, het experiment beslist of ze waar zijn.

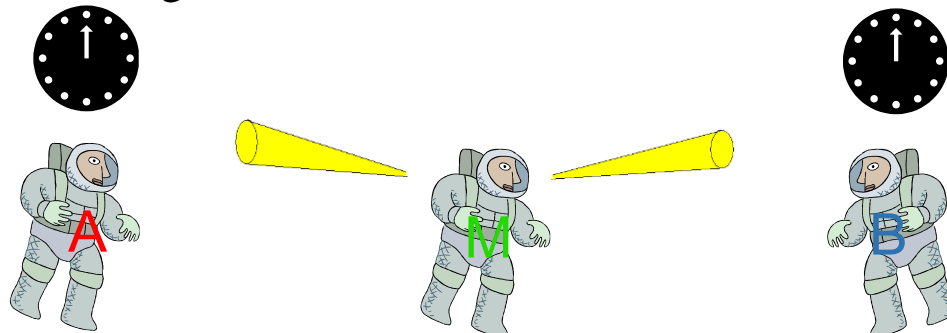
# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

## 1) Relativiteit en gelijktijdigheid

Gelijktijdigheid in 2 verschillende plaatsen: Twee blikseminslagen in A en B zijn gelijktijdig voor waarnemer M in het midden als het licht uit A en B tegelijk in M toekomt

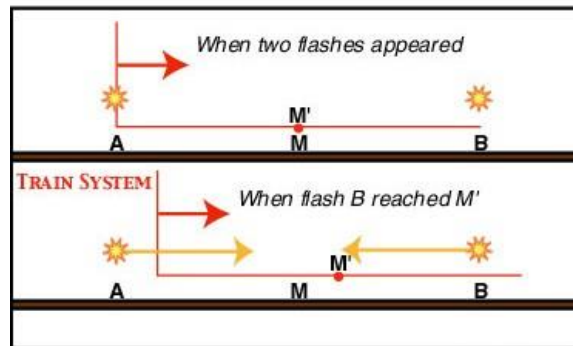
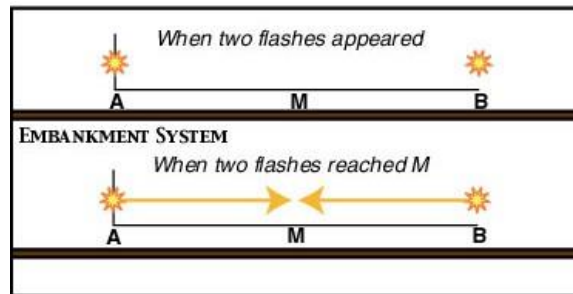
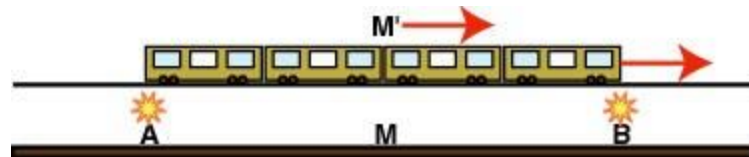


Omgekeerd: 2 klokken in A en B kunnen gesynchroniseerd worden door in M licht in beide richtingen te zenden dat de klokken in A en B reset.



# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

Gelijktijdigheid is relatief

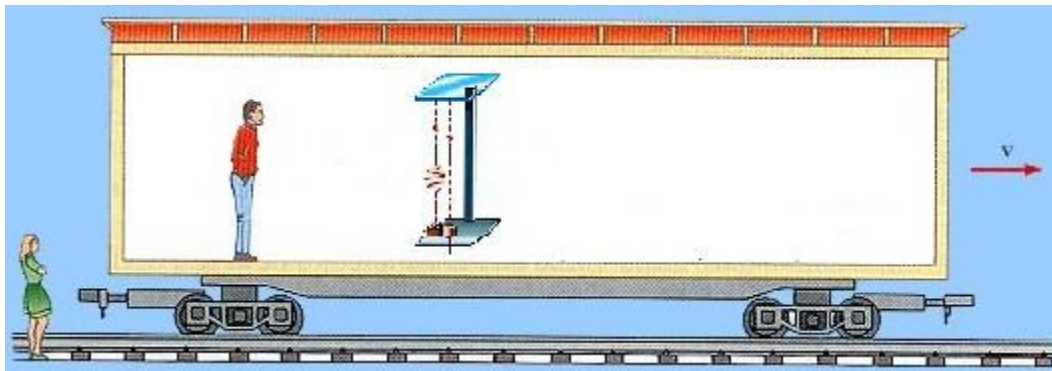




# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

**2) Tijdsrekking:** Voor een waarnemer met constante snelheid  $v$  tov een klok, tikt de klok trager

A. Een lichtklok

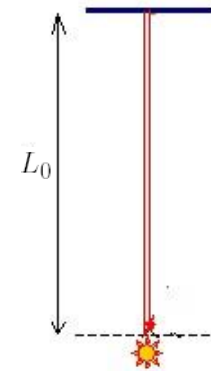


# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

Waarnemer in rust ten opzichte van de klok:



$$T_0 = \frac{2L_0}{c}$$



Waarnemer met relatieve snelheid  $v$  tov de klok:

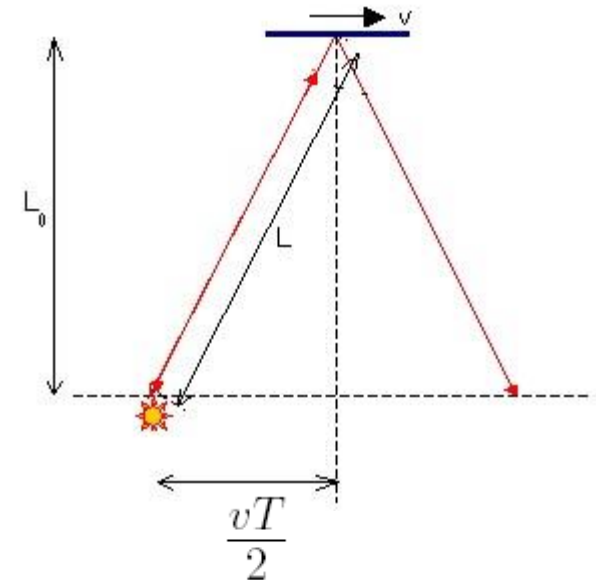


$$T = \frac{2L}{c}$$

$$T = \frac{2}{c} \sqrt{L_0^2 + \frac{v^2 T^2}{4}}$$

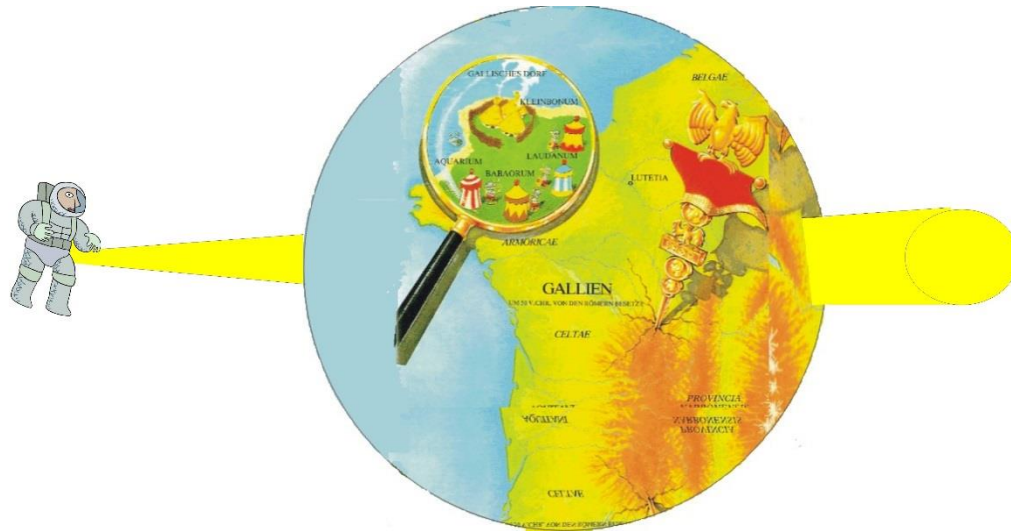
$$\Rightarrow T = \frac{2L_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

Als  $v \rightarrow c$  zal  $T \rightarrow T_0/0 = \infty$  en duurt een kloktik dus oneindig lang.  
Voor wie aan de lichtsnelheid beweegt staat de tijd dus stil.



$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

## Antwoord op de vraag van de jonge Einstein

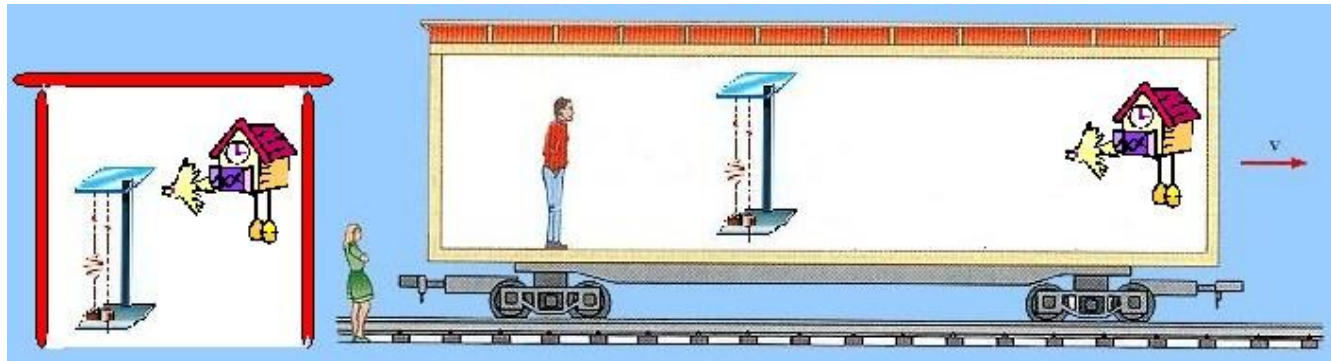
Als de relatieve snelheid van de astronaut tov de aarde de lichtsnelheid is,

**STAAT DE TIJD OP AARDE STIL**

# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

B. Een niet-lichtklok bijvoorbeeld een zakhorloge of koekoeksklok...

**Experiment:** twee waarnemers in relatieve beweging met elk 2 soorten klokken: een lichtklok en een koekoeksklok

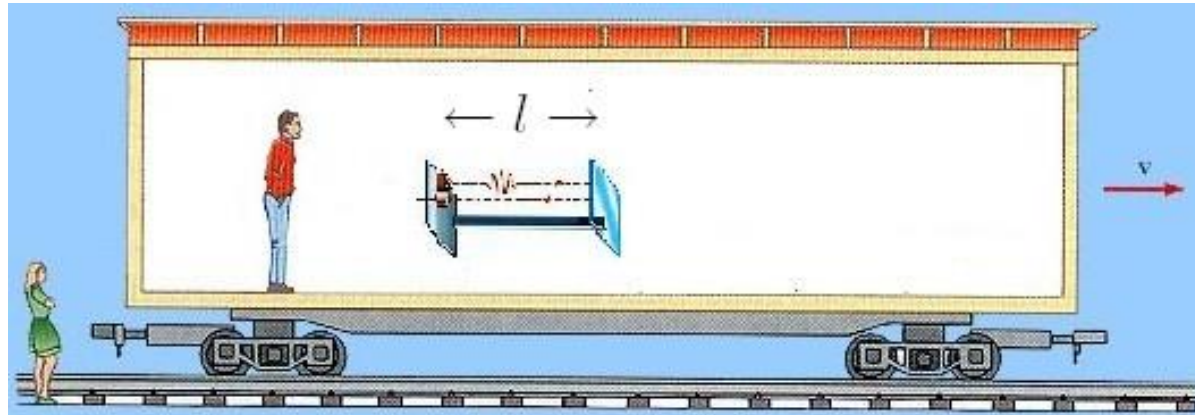


**Relativiteitsprincipe:** Zowel op het perron als in de trein moeten beide klokken gelijklopen, dus

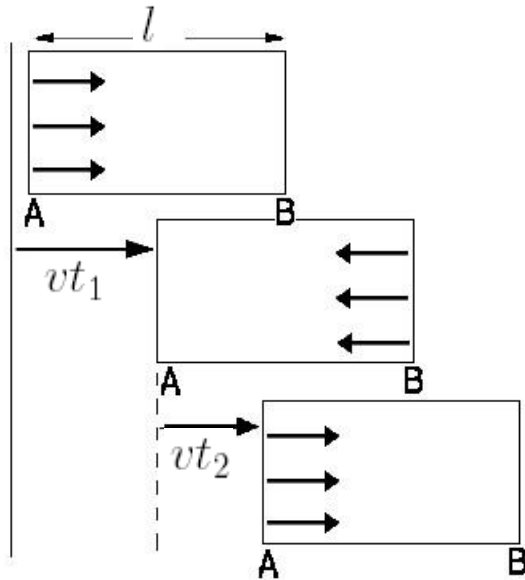
TIJDSREKKING is ONAFHANKELIJK van de KLOK,  
dus TIJD zelf wordt UITGEROKKEN

# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

2) **Lengtekrimping:** We roteren de klok in de trein over  $90^\circ$



# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE



- De vooruitbewegende lichtstraal moet een langere afstand afleggen, want hij moet de spiegel B inhalen

$$ct_1 = l + vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{c-v}$$

- De terugkomende straal moet een kortere afstand afleggen, de fotocel A komt hem immers tegemoet

$$ct_2 = l - vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{c+v}$$

De som geeft:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Terwijl we uit tijdsdilatie weten:

$$T = T_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Samen geeft dit

$$l = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

LENGTEKRIMPING

# Gevolgen van de Axioma's: SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

Als  $v \rightarrow c$  zal  $l \rightarrow 0$  en krimpt de klok dus helemaal in

**Algemeen:** Wat voor de lengte van de klok geldt, geldt ook voor meetlatten:

In rust:



lengte L

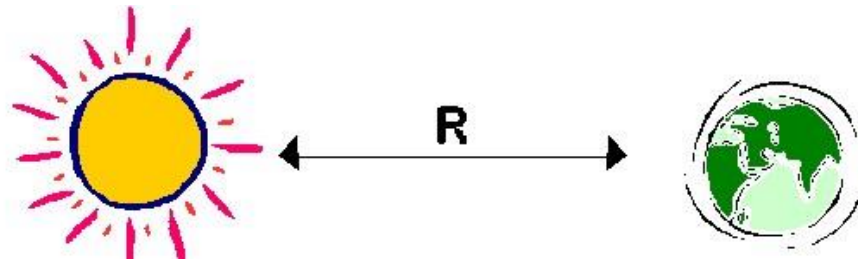
In beweging:



lengte l

$$l = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

# Gravitatietheorie van Newton



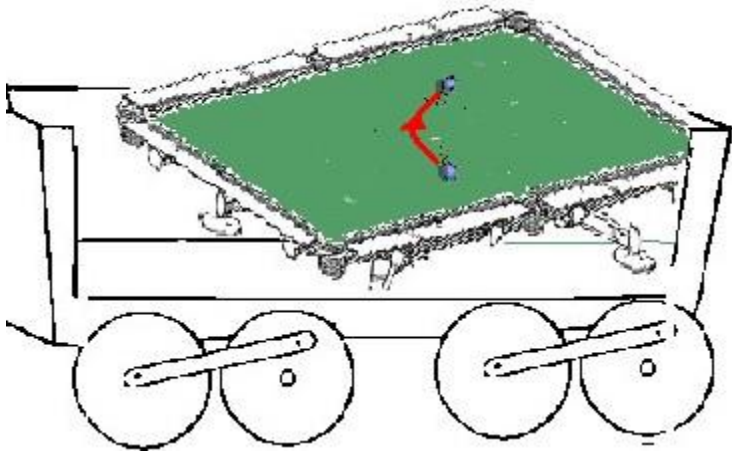
$$F_G = G \frac{M_Z M_A}{R^2}$$

**Probleem:** Als de zon zich plots verplaatst, voelt de aarde ineens een andere gravitatiekracht, de gravitationele storing plant zich met oneindige snelheid voort.

**Conclusie:** De gravitatietheorie van Newton spreekt Relativiteitstheorie tegen

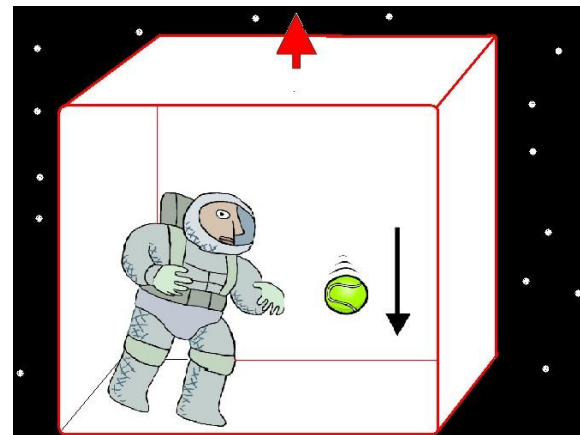


# Equivalentieprincipe



In een versnelde trein treden krachten op die biljartballen doen afwijken van eenparig rechtlijnige beweging: het zijn dezelfde krachten die de passagiers tegen hun rugleuning drukken

Een lift in de ledige ruimte met als versnelling de aardse valversnelling  $a=9,81\text{m/s}^2$ , heeft hetzelfde effect als aardse gravitatie.



**Equivalentieprincipe:** Een versnelde beweging is equivalent met een gravitatieveld

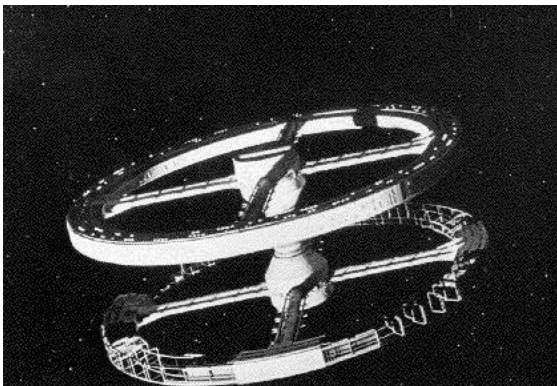
# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

## A. Algemeen Relativiteitsprincipe

“De Wetten van de Fysica zijn dezelfde voor alle waarnemers (al dan niet versneld)”

**Gevolg:** Men kan geen experiment binnen eenzelfde referentiestelsel uitvoeren dat toelaat de versnelling te bepalen **want** iedere versnelling kan als gravitatieveld geïnterpreteerd worden.

### Voorbeeld:

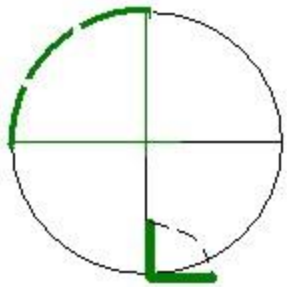


Ruimtestation draait rond met constante omwentelingsnelheid. De mensen in het rad worden versneld en hierdoor tegen de rand gedrukt. De versnelling geeft dus een kunstmatig gravitatieveld

# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

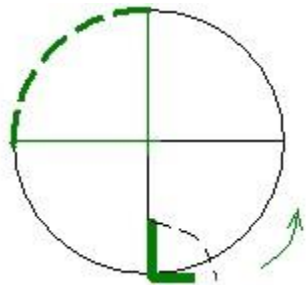
**B. In een gravitatieveld is de ruimte gekromd en loopt de tijd trager.**

## Afstandsmeting



Een stationaire waarnemer buiten het rad meet de omtrek en straal en vindt:

$$O = 2\pi R$$

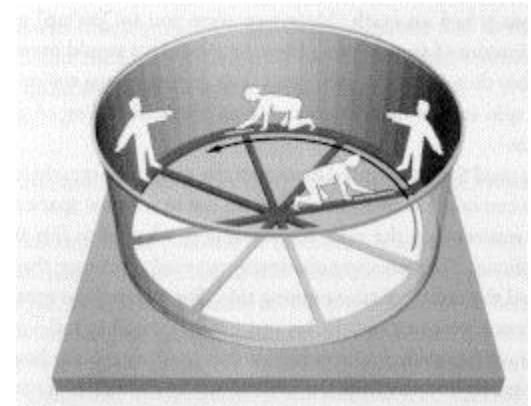


Een waarnemer in het rad zal de straal ook als  $R$  meten (doordat ze loodrecht staat op de snelheid). Wanneer hij de omtrek meet, ligt zijn meetlat langs de bewegingsrichting zodat ze verkort en hij een evenredig grotere omtrek meet.

Dus:

$$O' = \frac{2\pi R}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

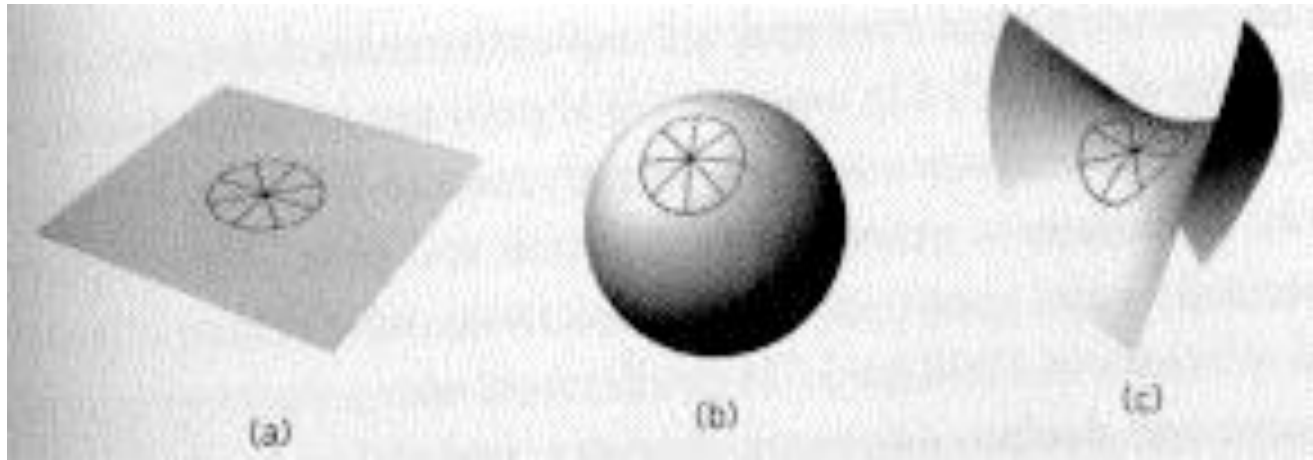
$$\pi' = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

**B. In een gravitatieveld is de ruimte gekromd en loopt de tijd trager.**

**Conclusie:** Door het equivalentieprincipe is het versnellingsveld niet te onderscheiden van een gravitatieveld en zal de ruimte in het gravitatieveld gekromd zijn (hyperbolisch gekromd daar  $\pi' > \pi$ )



Vlakke meetkunde:  
Door elk punt gaat  
een geodeet die een  
gegeven geodeet  
niet snijdt

Elliptische meetkunde:  
Alle geodeten snijden  
elkaar

Hyperbolische meetkunde:  
Door elk punt gaan een  
oneindig aantal geodeten  
die een gegeven geodeet  
niet snijden

# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

**B. In een gravitatieveld is de ruimte gekromd en loopt de tijd trager.**

## Tijdsmeting

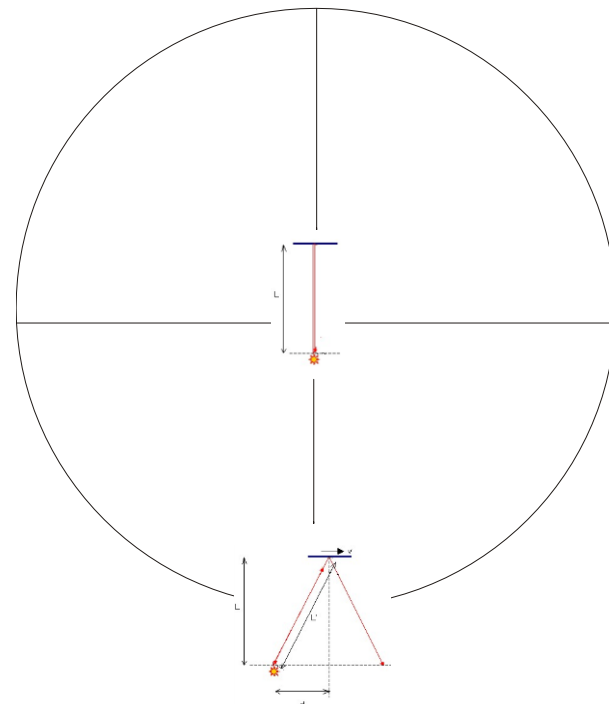
Een waarnemer zet 2 klokken,  
een in het centrum van het  
ruimtestation en een op de rand.

In het centrum heeft de klok een  
periode:

$$T = T_0$$

Op de rand is de periode:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



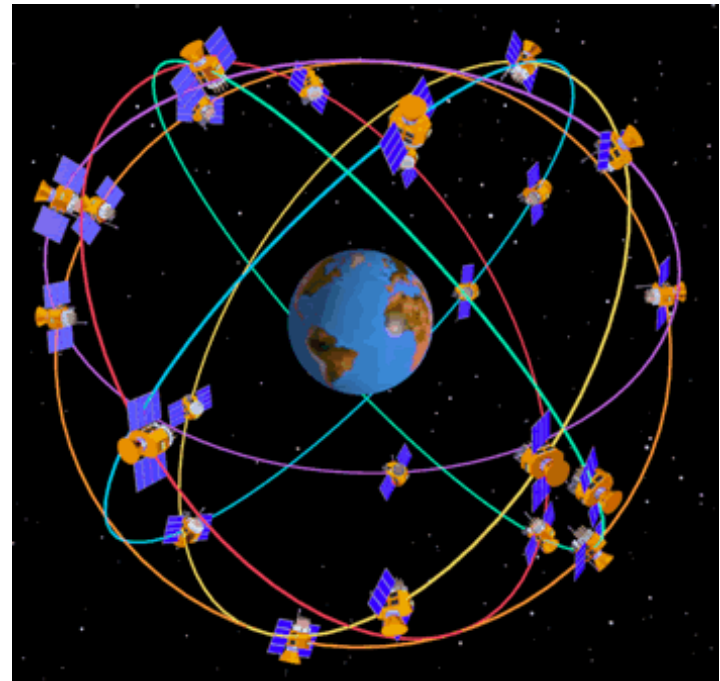
In het centrum van het rad is er geen gravitatieveld, maar aan de rand wel.  
De tijd loopt dus trager in een gravitatieveld

# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

**B. In een gravitatieveld is de ruimte gekromd en loopt de tijd trager.**

## **Toepassing**

Om voldoende nauwkeurige plaatsbepaling met GPS toe te laten moet men er rekening mee houden dat de tijd op het oppervlak van de aarde trager loopt (grotere gravitatie) dan in de GPS satellieten

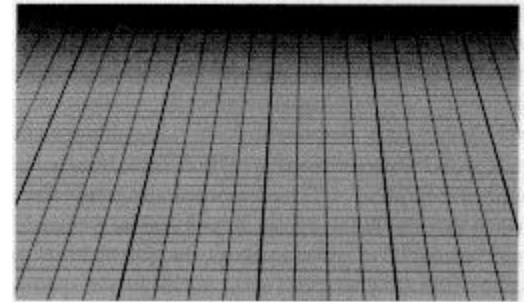


# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

## C. Geodetisch principe

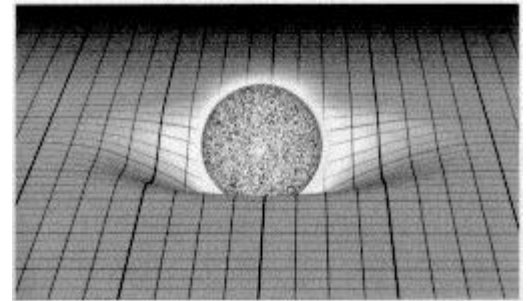
### **Beweging van een puntdeeltje in de vrije ruimte:**

Eenparig rechtlijnige beweging is per definitie op een rechte of geodeet (kromme van de kortste lengte)



### **Beweging van een puntdeeltje in een gravitatieveld:**

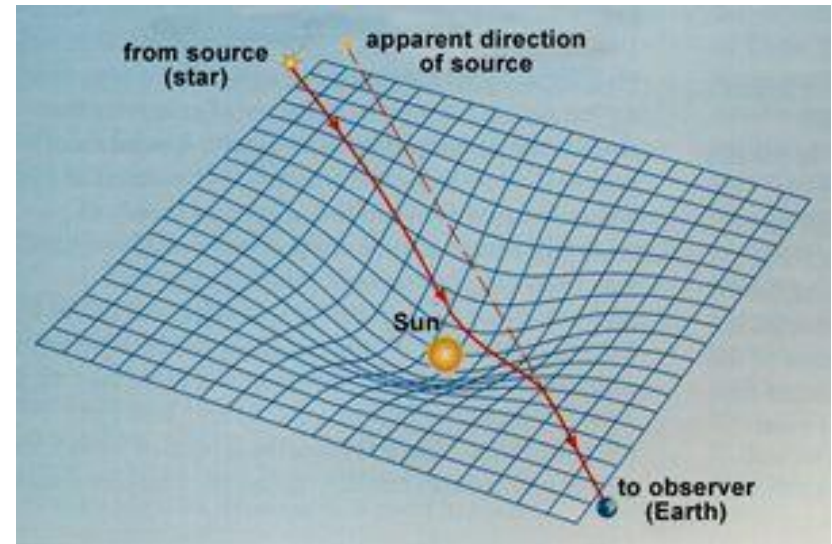
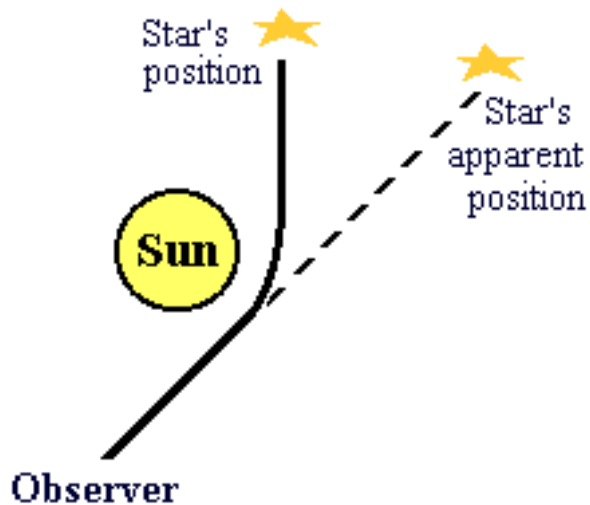
- In een gravitatieveld is ruimte-tijd gekromd
- De wetten van de Fysica moeten dezelfde zijn in een gravitatieveld wegens het Algemeen Relativiteitsprincipe, dus een puntdeeltje beweegt op een geodeet (kromme van kortste lengte) in een algemeen gekromde ruimte



# Gevolgen van het Equivalentieprincipe: Algemene Relativiteitstheorie

## C. Geodetisch principe

**Toepassing: Lichtafbuiging door de zon**





# Einstein, de Euclides van de Fysica

## Twee wetten van de Algemene Relativiteitstheorie:

1. RUIMTE dicteert hoe MATERIE beweegt:

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} = 0 \quad (\text{de geodetische vergelijking})$$

2. MATERIE dicteert hoe RUIMTE kromt:

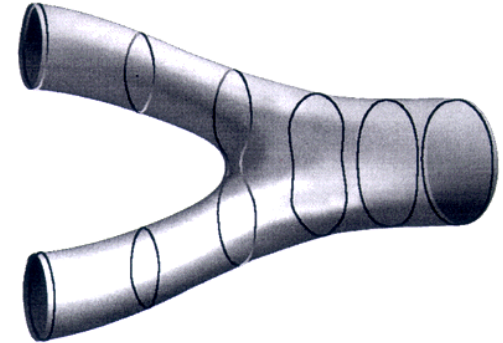
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (\text{de veldvergelijkingen van Einstein})$$

# EPILOOG: Stringtheorie, theorie van alles

- Waar staan we 100 jaar na Einstein?

- 1905, Anno Mirabilis:

- Speciale Relativiteitstheorie
- Foto-electrisch effect
- Brownse beweging



- Foto-electrisch effect: Licht bestaat uit quanta, de fotonen.

- Droom van Einstein: Unificatie van gravitatie, electromagnetisme, sterke en zwakke nucleaire krachten en KWANTUMMECHANICA

- STRINGTHEORIE: Extreme vorm van geometrisering van de Fysica en verwezelijking van de droom van Einstein

- Punten → snaren
- Geodeten → wereldoppervlakken
- Consistent met de Kwantummechanica
  - 10 Dimensionaal
  - De gravitatietheorie is Einsteins Algemene Relativiteitstheorie